

# Децибелы – это просто. Ну, почти просто

Александр Серов

**Д**ецибел – удобный инструмент для вычислений и сравнения значений физических величин – до сих пор остается загадкой для многих действующих инженеров. Настоящая статья написана для того, чтобы дать техническим специалистам больше информации о сути децибела, о том, как он появился на свет и как удобно его использовать.

В основе децибела лежит понятие логарифма – особой хитрости, придуманной в эпоху Возрождения для упрощения вычислений. В те времена, естественно, не существовало ни ЭВМ, ни механических вычислительных устройств. А потребность в вычислениях существовала. Как ни странно, это было связано с астрологией. Так что современные телевизионные инженеры должны быть благодарны астрологии за появление на свет децибела.

Что это были за вычисления? Как правило, произведения больших чисел, причем объемы таких вычислений оказывались весьма большими и трудоемкими. Поэтому математики того времени искали разные способы упростить жизнь астрологам.

В начале XVII века шотландский математик и астроном Джон Непер опубликовал работу, в которой было положено начало применению логарифмов в математике. Идея Непера заключалась в том, что можно выполнить некоторое преобразование над множителями так, чтобы заменить умножение сложением. Звучит невероятно, но логарифмы как раз и помогают провернуть такой трюк.

Чтобы применить логарифмы для умножения двух чисел, нужно преобразовать эти числа при помощи логарифмов, преобразованные числа сложить, а затем сумму преобразовать обратно.

А еще проще – придумать сразу такую величину, которая имела бы логарифмическую природу. Тогда умножение и деление исчезнут из расчетов и останутся сложение и вычитание соответственно. Вот такой величиной и является децибел! Децибелы только складываются и вычитаются, но никогда не участвуют в умножении и делении.

Итак, приведем определение децибела и обсудим его. Еще раз обращаю ваше внимание: децибел – это придуманная производная величина, ее нет в природе. А придумали ее сотрудники компании Bell в середине XX века. Дальше будет видно, что это не абсолютная величина, а относительная, из-за чего возникает большая путаница.

Итак, определим децибел следующим образом для отношения мощностей (в соответствии с Рекомендациями международного союза электросвязи ITU-R V.574-3 «Использование децибела и непера в телекоммуникациях»):

$$\Delta P (dB) = 10 \log_{10} \frac{P_1}{P_0}$$

По общепринятому умолчанию логарифм по основанию 10 обозначают просто lg. Почему взят логарифм по основанию 10? Потому что так оказалось удобнее для вычислений. Почему перед логарифмом стоит множитель 10? По той же самой причине. В этой формуле P – мощность. Если необходимо определить децибел для амплитуд, то множитель будет не 10, а 20. Это можно понять, зная, что мощность пропорциональна квадрату амплитуды. И если степень 2 вынести за логарифм – она превращается в множитель 2, то есть  $2 \times 10 = 20$ . Итак, простое правило: если перед логарифмом 10, то речь идет о мощностях, если 20 – то об амплитудах (ну или о чем-то, квадрату чего пропорциональна мощность).

Теперь обратим внимание на то, что децибел – это, по сути, ОТНОШЕНИЕ двух величин:  $P_1$  и  $P_0$ .

Величина  $P_0$  называется опорной, ее часто опускают, из-за чего получается путаница. Децибел показывает отношение двух величин, и без знания, какова опорная величина, использование децибела теряет всякий смысл.

Например, можно услышать, что мощность передатчика составляет 50 дБ. Эта фраза не имеет смысла, потому что не ясно, относительно какой мощности указаны эти 50 дБ: милливатта, ватта или, может, киловатта? Правильно подобная фраза может звучать, например, так: «мощность передатчика составляет 50 дБ относительно 1 Вт».

Таким образом, оперируя децибелами, необходимо постоянно следить за тем, какие величины сравниваются и можно ли их корректно сравнивать. Это может касаться и параметров самого сигнала. Не всякие сигналы можно корректно сравнивать. Это важно, например, в акустике, когда необходимо сравнивать мощности сигналов определенного спектра, а не просто каких попало.

С другой стороны, можно сказать, что сигнал передатчика А на 3 дБ сильнее сигнала передатчика В. Здесь не важно, какой опорный уровень используется, но главное, чтобы для передатчиков А и В он был один и тот же. Это все равно, что сказать: «сигнал передатчика А в два раза слабее сигнала передатчика В». Не важно, ватты или милливатты используются. Важно, чтобы мощности А и В были выражены при помощи одинакового опорного уровня. В конце рассмотрен пример, который иллюстрирует это свойство.

Пример: нельзя складывать или вычитать мощность в децибелах, выраженную относительно 1 Вт и относительно 1 мВт – ошибка будет составлять 30 дБ. Почему 30? Очень просто. Сравним 1 Вт и 1 мВт при помощи определения децибела:

$$\begin{aligned} 1000 \text{ мВт} &= 1 \text{ Вт} \\ \Delta P (dB) &= 10 \log_{10} \frac{1000 \text{ мВт}}{1 \text{ мВт}} \\ (1000 \text{ мВт}) / (1 \text{ мВт}) &= 1000 \\ \log_{10} 1000 &= 3 \\ \Delta P (dB) &= 10 \times 3 = 30 \end{aligned}$$

Можно было бы сказать, что 1 Вт равен 30 дБ относительно 1 мВт. Поэтому, если кто-то вдруг ошибется и сложит децибелы относительно 1 Вт с децибелами относительно 1 мВт, то он ошибется на эти 30 дБ.

Для краткости значение  $P_0$  или  $V_0$  опускают, ведь эти значения в большинстве случаев равны 1. А если какое-то число разделить на 1, то это число не изменится, а потому и нет смысла эту единицу указывать. В таких случаях говорят, что в качестве опорного уровня выбран единичный уровень. Но указывать, может, и не имеет смысла, однако нужно всегда помнить, какой размерности эта единица (1 мВт, 1 Вт и т.п.). В случае, когда опускают  $P_0$  или  $V_0$ , перед обозначением дБ опускают и значок Δ.

Если опустить все лишнее и забыть об этом, то и получают запись вида «мощность 50 дБ», которые могут ввести в заблуждение. Чтобы сгладить эту неразбериху с  $P_0$  или  $V_0$ , децибелы стали обозначать разными дополнительными символами, например: dBmK, dBm, dBV и др. (табл. 1). Например, dBm – это мощность относительно 1 мВт. Это понятнее, чем просто дБ, о которых можно только гадать, какое там  $P_0$ .

Децибелы могут принимать отрицательные значения в том случае, если измеряемая величина меньше опорных  $P_0$  или  $V_0$ . Например, можно сказать, что мощность сигнала в 1 мВт относительно мощности сигнала 1 Вт составляет -30 дБ.

**Таблица 1. Некоторые дополнительные символы для обозначения децибелов**

| Обозначение  | Название  | $P_0$ или $V_0$ | Примечание   |
|--------------|---|-----------------|--|
| dBm, дБмВт   | Излучаемая мощность                                     | 1 мВт           | –  |
| dBi, дБи     | Излучаемая мощность относительно изотропного излучателя | 1 мВт           | $P_0$ является мощностью, излучаемой изотропным излучателем (то есть по всем направлениям одинаково)   |
| dBd, дБд     | Излучаемая мощность относительно диполя                 | 1 мВт           | $P_0$ является мощностью, излучаемой диполем (например, дипольной антенной)  |
| dBmкV, дБмкВ | Уровень электромагнитных колебаний                      | 1 мкВ           | Тут, конечно, не $P_0$ , а $V_0$ . Это как раз случай сравнения амплитуд, а не мощностей.  |
| dBA, дБА     | Уровень звукового давления                              | 1 мкПа          | Здесь тоже используются значения амплитуд, то есть $V_0$ . При этом звуковые сигналы должны быть сформированы с использованием фильтра типа А в соответствии с IEC 61672:2003. |

Удобно и то, что децибелы могут быть переведены в степени кратности, которые мы в просторечии называем «разы». Например, если разница сигналов составляет 10 дБ, то во сколько раз один больше другого?

В табл. 2 приведены значения децибелов и соответствующей им кратности. Я рекомендую выучить ее, как таблицу умножения. Обратите внимание, что тут все значения положительные, то есть измеряемая величина больше опорной. Если она меньше, то кратность будет со знаком «минус».

В завершение статьи на небольшом практическом примере демонстрируется, насколько удобно использовать децибелы в расчетах. Видно, как преобразуется расчет ослабления электромагнитных волн в свободном пространстве, если использовать децибелы. Обозначим ослабление через ОСЛ.

Обратите внимание, что в этом примере не важно, какое значение  $P_0$  будет использоваться. В децибелах здесь рассчитывается ослабление, а не значение какой-то физической величины. Ослабление – это разность величин. В децибелах величина ослабления будет одинакова что для ватт, что для милливатт. Это легко понять:

$$\begin{aligned} \text{Уровень сигнала (dBm)} &= \\ \text{Начальный уровень (dBm)} - \text{ОСЛ(dB)} & \\ \text{Уровень сигнала (dBW)} &= \\ \text{Начальный уровень (dBW)} - \text{ОСЛ(dB)} & \end{aligned}$$

В этих формулах ОСЛ имеет одно и то же значение.

Нужно рассчитать ослабление сигнала частоты  $f$  (Гц) на расстоянии  $d$  (м) в свободном пространстве. Это ослабление определяется формулой ( $c$  – скорость света):

$$\text{ОСЛ} = \left( \frac{4\pi df}{c} \right)^2$$

Применим к правой и левой частям логарифм, чтобы получить децибелы. Основание 10 писать не будем для простоты. У нас получится такое уравнение:

$$\text{ОСЛ(dB)} = 2 \times 10 \lg \left( \frac{4\pi df}{c} \right)$$

Теперь вспомним, что при помощи логарифмов (а децибелы – это логарифмы) можно заменить умножение сложением, а деление вычитанием. И формула примет вид:

$$\begin{aligned} \text{ОСЛ(dB)} &= 20 \lg(d) + 20 \lg(f) + 20 \lg \left( \frac{4\pi}{c} \right) \\ 20 \lg \left( \frac{4\pi}{c} \right) &= -147,55 \end{aligned}$$

**Таблица 2. Перевод децибел в кратность**

| дБ | Кратность (приблизительно) | Примечание   |
|----|----------------------------|--|
| 0  | 1                          | 0 дБ – измеряемая величина равна опорной, то есть 0 дБ и есть опорный уровень (или опорная мощность).  |
| 1  | 1,3                        |  |
| 2  | 1,6                        |  |
| 3  | 2                          | 3 дБ – это примерно в 2 раза больше опорной. Легко запомнить. Если два сигнала различаются на 3 дБ по мощности, значит один мощнее другого в 2 раза. |
| 4  | 2,5                        |  |
| 5  | 3,1                        |  |
| 6  | 4                          |  |
| 7  | 5                          |  |
| 8  | 6,3                        |  |
| 9  | 8                          |  |
| 10 | 10                         | 10 дБ, значит в 10 раз больше  |
| 20 | 100                        | 20 дБ, значит в 100 раз больше   |
| 30 | 1000                       | 30 дБ, значит в 1000 раз больше  |
| 40 | 10000                      | 40 дБ, значит в 10000 раз больше – удобная закономерность, не правда ли?   |

Таким образом, финальный вариант формулы:

$$\text{ОСЛ(dB)} = 20 \lg(d) + 20 \lg(f) - 147,55$$

Согласитесь, стало проще.

А если удобнее использовать километры и мегагерцы? Это удобно, например, в случае вычисления бюджета спутниковых линий. Для километров и мегагерц формула будет иметь вид:

$$\text{ОСЛ(dB)} = 20 \lg(d) + 20 \lg(f) + 32,45$$

То есть ничего не изменилось – только другое значение константы (так как размерность  $c$  сейчас другая). Это тоже дополнительное удобство, теперь сложнее запутаться с размерностями при вычислениях. Вся информация о них «ушла» в значение константы, и нужно следить только за тем, чтобы использовать правильную константу.

С децибелом, как это часто бывает в науке, стали происходить удивительные вещи. Математика – язык природы, и иногда, формулируя нечто умозрительно-математически, ученые обнаруживали это в реальности, в природе. Например, выяснилось, что разница в один децибел звукового давления – минимально распознаваемое человеческим ухом изменение громкости. Это как бы «случайно» получилось. Таким образом, децибел может и не настолько «придуманная хитрость». Она существовала в природе, а человечество открыло ее для себя и научилось использовать. ■